第28卷 第2期 工 程 数 学 学 报 Vol. 28 No. 2
2011年04月 CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS Apr. 2011

文章编号:1005-3085(2011)02-0220-11

基于量子逻辑的几类有穷自动机之间的关系*

李 平[1]， 李永明[1,2]

(1- 陕西师范大学数学与信息科学学院，西安 710062； 2- 陕西师范大学计算机科学学院，西安 710062)

摘 要: 根据初始状态和终止状态是否为分明的，非确定型量子有穷自动机可分为四类，确定型量子有穷自动机可分为三类．本文详细讨论了四类非确定型量子有穷自动机之间的关系以及三类确定型量子有穷自动机之间的关系，并且利用新的构造方法，证明了初态为分明的确定型量子有穷自动机与终态为分明的确定型量子有穷自动机是等价的．这些结论为实际应用中计算模型的合理选取提供了理论依据．

关键词: 量子有穷自动机；状态集；左等价；右-γ等价；右-$\gamma^{-\varepsilon}$等价

分类号: **AMS**(2000) 68Q99 **中图分类号**: TP301.1 **文献标识码**: A

1 引言

自动机理论自提出以来，在实际中得到了广泛应用．由经典有穷自动机、下推自动机，发展到图灵机[1]，其逻辑基础都是经典逻辑．

量子计算源于物理与计算之间的联系[2]，由Shor于1994年发现了在量子计算机上进行大数分解的多项式时间算法及Gover发现了平方根时间的量子搜索算法后，量子计算日益受到人们的重视，量子计算模型便是其中一个重要研究课题．由应明生等建立的基于量子逻辑的自动机理论[3]是量子计算模型的一个重要研究方向，目前已得到了与经典逻辑意义下不同的结果．

基于量子逻辑的有穷自动机(也称正交模格值有穷自动机)，根据其转移关系δ是否为确定的，可分为两大类：确定型量子自动机($l-DFA$)，非确定型量子自动机($l-NFA$)．再根据初始状态和终状态是否为分明的，$l-DFA$可分为三类，$l-NFA$可分为四类．文献[3]已讨论了$l-NFA$与$l-DFA$之间的关系、带空移动和不带空移动的量子自动机之间的关系，并给出了二者等价的充要条件，但并未进一步讨论四类$l-NFA$之间的关系与三类$l-DFA$之间的关系．在量子逻辑基础下，研究清楚不同类型的计算模型之间的关系对实际应用中计算模型的适当选取很有帮助．本文在文献[3]的基础上讨论这个问题．

2 预备知识

量子逻辑是指真值集为正交模格的逻辑，回顾本文要用到的量子逻辑的一些概念和结论．

正交格是七元组$l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$，其中

1) $l=(L,\leq,\wedge,\vee,0,1)$是完备格，1和0分别是最大、最小元，$\leq$是偏序，对$X\subseteq L$, $\vee X$, $\wedge X$分别表示X的上确界与下确界；

2) 一元运算$\perp$是L上的正交补，对任意的$a,b\in L$，满足如下条件：

收稿日期: 2009-03-03. **作者简介**: 李平(1979年5月生)，女，博士．研究方向：计算智能．

***基金项目**: 国家自然科学基金(60873119)；陕西师范大学研究生培养创新基金(2007CXB004).

(i) $a\wedge a^{\perp}=0,\ a\vee a^{\perp}=1$; (ii) $a^{\perp\perp}=a$; (iii) $a\leq b$ 蕴含 $b^{\perp}\leq a^{\perp}$.

设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交格，$a, b\in L$，若 $a=(a\wedge b)\vee(a\wedge b^{\perp})$，则称 a 和 b 是可换的，记作 aCb.

一个正交模格就是满足如下正交模律的正交格，对任意的 $a, b\in L$，有

(iv) $a\leq b$ 蕴含 $a\vee(a^{\perp}\wedge b)=b$.

可见，一个布尔代数一定是一个正交模格，因为满足分配率一定满足正交模律，反之未必.

引理 2.1[3] 设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交模格，$a\in L$，$b_i\in L(i\in I)$，若对任意的 $i\in I$，aCb_i，且 $\bigwedge_{i\in I} b_i$，$\bigvee_{i\in I} b_i$ 存在，则

$$aC\Big(\bigwedge_{i\in I} b_i\Big),\quad aC\Big(\bigvee_{i\in I} b_i\Big).$$

引理 2.2[3] 设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交模格，$a\in L$，$b_i\in L(i\in I)$，若对任意的 $i\in I$，aCb_i，且 $\wedge_{i\in I}b_i$，$\vee_{i\in I} b_i$ 存在，则

$$a\wedge\Big(\bigvee_{i\in I} b_i\Big)=\bigvee_{i\in I}(a\wedge b_i),\quad a\vee\Big(\bigwedge_{i\in I} b_i\Big)=\bigwedge_{i\in I}(a\vee b_i).$$

以上两个引理说明，若只考虑正交模格中互相可换的元素，分配律是成立的. 但这个条件太强，因此，下面通过交换子的限制，减弱这个条件，保证分配律的成立.

定义 2.1[3] 设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交模格，$A\subseteq L$，有

1) 若 $A\subseteq L$ 为有限集，则 A 的交换子 $\gamma(A)$ 定义如下

$$\gamma(A)=\bigvee\Big\{\bigwedge_{a\in A} a^{f(a)}:\ f\ \text{是}\ A\ \text{到}\ \{-1,1\}\ \text{的映射}\Big\},$$

其中 $a^{1}=a,\ a^{-1}=a^{\perp}$.

2) A 的强交换子 $\Gamma(A)$ 定义如下

$$\Gamma(A)=\bigvee\big\{b\,|\,\forall\, a\in A,\ aCb\ \text{且}\ \forall\, a,b\in A,\ (a_1\wedge b)C(a_2\wedge b)\big\}.$$

关于交换子有如下重要结论.

引理 2.3[3] 设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交模格，$A\subseteq L$，则

1) $\Gamma(A)\leq\gamma(A)$;

2) 若 $A\subseteq L$ 为有限集 $\Gamma(A)=\gamma(A)$;

3) $\gamma(A)=1$ 当且仅当 A 中的元素是互相可换的.

正因为如此，交换子可看作是一种集合中元素互相可交换的程度，加上这个限制，不论 A 中元素是否可换，分配律都是成立的，即如下引理.

引理 2.4[3] 设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交模格，$A\subseteq L$，则对任意的 $a\in A$，$b_i\in A$，有

$$\Gamma(A)\wedge\Big(a\wedge\bigvee_{i\in I} b_i\Big)\leq\vee_{i\in I}(a\wedge b_i),\quad \Gamma(A)\wedge\bigwedge_{i\in I}(a\vee b_i)\leq a\vee\bigwedge_{i\in I} b_i.$$

但实际上，很多情况下，a, $b_i(i\in I)$ 可以很复杂，其中可能包含着 $\vee, \wedge, \perp$ 运算，因此，上述引理一般情况下不能直接运用，还需要如下引理才可以.

引理 2.5[3] 设 $l=(L,\leq,\wedge,\vee,\perp,0,1)$ 为正交模格，$A\subseteq L$，则对任意的 $B\subseteq[A]$，有 $\Gamma(A)\leq\Gamma(B)$，其中 $[A]$ 表示由 A 生成的子代数.

在正交模格l上定义蕴含算子$\longrightarrow$满足对任意的$a, b \in L$, $a \longrightarrow b = 1$当且仅当$a \leq b$. 特别的$\longrightarrow_3$表示sasaki蕴含，即$a \longrightarrow_3 b = a^{\perp} \vee (a \wedge b)$. 双蕴含的定义为，对任意的$a, b \in L$, $a \longleftrightarrow b = (a \longrightarrow b) \wedge (b \longrightarrow a)$.

引理 2.6[3] 设$l = (L, \leq, \wedge, \vee, \perp, 0, 1)$正交模格，设$a, b \in L$，则

$$a \longrightarrow_3 b = \vee\{x \,|\, xCa, \text{ 且 } x \wedge a \leq b\},$$

即，xCa，且$x \wedge a \leq b \Longleftrightarrow x \leq a \longrightarrow_3 b$.

正交模格值逻辑(即量子逻辑)的语法与经典一阶逻辑类似. $\neg, \vee, \longrightarrow$是三个原始连接词，$\exists$是原始量词，$\wedge, \longleftrightarrow$由$\neg, \vee, \longrightarrow$和$\exists$定义. 语义方面，将$\neg, \vee, \longrightarrow$分别理解为正交模格上的$\perp, \vee, \longrightarrow$运算，$\exists$解释为下确界. 集合论公式$x \in A$的真值为$\lceil x \in A \rceil = A(x)$. 公式$\varphi$是有效的当且仅当$\lceil \varphi \rceil = 1$，并记为$\overset{l}{\models} \varphi$.

3 几类量子自动机的定义及其所识别的语言

这一部分先回顾量子自动机的定义，然后给出其分类.

定义 3.1[3] 一个基于量子逻辑的有穷自动机(简称量子自动机或l-值自动机，记为$l-NFA$)是一个五元组：$\mathcal{R} = (Q, \Sigma, \delta, I, T)$，其中，$Q$有限状态集合；$\delta$有限字母表；$I, T : Q \longrightarrow L$为$Q$的$l$-值子集，代表初始状态与终状态；$\delta : Q \times \Sigma \times Q \longrightarrow L$为$l$-值状态转移关系.

一些符号：

1) 如下三个命题：q为初始状态，记为$q \in I$；q为终状态，记为$q \in T$；输入σ使状态p为q，记为$(p, \sigma, q) \in \delta$. 被认为描述$l$-值自动机$\mathcal{R}$所识别的逻辑语言的原子命题. 其真值分别为$I(q)$, $T(q)$, $\delta(p, \sigma, q)$. 其全体之集记作$\text{atom}(\mathcal{R})$，即

$$\text{atom}(\mathcal{R}) = \{q \in I : q \in Q\} \cup \{q \in T : q \in Q\} \cup \{(p, \sigma, q) \in \delta : p, q \in Q \text{ and } \sigma \in \Sigma\}.$$

2) $A(\Sigma, l)$表示Σ上的$l - NFA$全体之集. Σ^*表示Σ上所有长度为有限的字符串的集合，$\varepsilon(\in \Sigma^*)$表示空字符. 以下规定，量子自动机的状态转移关系$\delta$满足条件：在任何状态$q$下，输入空字符$\varepsilon$，只能到达$q$自身，即$\delta(q, \varepsilon, p) = 1$当且仅当$p = q$.

3) 一个Σ^*上的l-值子集叫做Σ上的一个l-值语言，其全体记作$L^{\Sigma^*} = \{A \,|\, A : \Sigma^* \longrightarrow L\}$.

定义 3.2[3] 设$\mathcal{R} \in A(\Sigma, l)$，则$\Sigma^*$上的$l$-值(一元)识别谓词$\text{rec}_{\mathcal{R}}$定义为$\text{rec}_{\mathcal{R}} \in L^{\Sigma^*}$，对任意的$s = \sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n \in \Sigma^*$，有

$$\text{rec}_{\mathcal{R}}(s) \overset{\text{def}}{=} (\exists\, q_0, q_1, \cdots, q_n \in Q)\Big(q_0 \in I \wedge q_n \in T \wedge \bigwedge_{i=0}^{n-1} (q_i, \sigma_{i+1}, q_{i+1}) \in \delta\Big),$$

其真值为

$$\lceil \text{rec}_{\mathcal{R}}(s) \rceil = \bigvee_{q_0, q_1, \cdots, q_n \in Q} \Big\{I(q_0) \wedge T(q_n) \wedge \bigwedge_{i=0}^{n-1} \delta(q_i, \sigma_{i+1}, q_{i+1})\Big\}.$$

显然，$\text{rec}_{\mathcal{R}}$可被看作一个Σ^*上的l-值子集. 即$\text{rec}_{\mathcal{R}} : \Sigma^* \longrightarrow L$且$\text{rec}_{\mathcal{R}}(s) = \lceil \text{rec}_{\mathcal{R}}(s) \rceil$，对任意的$s \in \Sigma^*$. 因此，$\text{rec}_{\mathcal{R}}$可被看作$\mathcal{R}$所识别的语言.

根据I和T是否为分明的，$l - NFA$ $\mathcal{R} = (Q, \Sigma, \delta, I, T)$可分为以下四类：

1) $l - NFA_1$，初始状态I和终状态T都是l-值子集；

2)　$l-NFA_2$，初始状态 $I=q_0\in Q$，终状态 T 是 l-值子集；

3)　$l-NFA_3$，初态 I 是 l-值子集，终状态 $T=F\subseteq Q$ 是分明集合；

4)　$l-NFA_4$，初始状态 $I=q_0\in Q$ 和终状态 $T=F\subseteq X$ 都是分明集合.

他们所识别的语言分别如下：

$l-NFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\bigvee_{q_0,q_1,\cdots,q_n\in Q}\Big\{I(q_0)\wedge T(q_n)\wedge\bigwedge_{i=0}^{n-1}\delta(q_i,\sigma_{i+1},q_{i+1})\Big\}.$$

$l-NFA_2$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,T)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\bigvee_{q_1,\cdots,q_n\in Q}\Big\{T(q_n)\wedge\bigwedge_{i=0}^{n-1}\delta(q_i,\sigma_{i+1},q_{i+1})\Big\}.$$

$l-NFA_3$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,F)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\bigvee_{q_0,\cdots,q_{n-1}\in Q,\,q_n\in F}\Big\{I(q_0)\wedge\bigwedge_{i=0}^{n-1}\delta(q_i,\sigma_{i+1},q_{i+1})\Big\}.$$

$l-NFA_4$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\bigvee_{q_1,\cdots,q_{n-1}\in Q,\,q_n\in F}\Big\{\bigwedge_{i=0}^{n-1}\delta(q_i,\sigma_{i+1},q_{i+1})\Big\}.$$

定义 3.3　设 $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)\in\mathbf{A}(\Sigma,l)$，若对任意的 $q\in Q$, $\sigma\in\Sigma$，存在唯一的 $p\in Q$，使得 $\delta(q,\sigma,p)=1$，则称 $\mathcal{R}$ 为确定型量子有穷自动机，简记为 $l-DFA$.

注 3.1　定义3.1中，对任意的 $q\in Q$, $\sigma\in\Sigma$，存在唯一的 $p\in Q$，使得 $\delta(q,\sigma,p)=1$，解释为，在状态 q，输入 σ，只能到达状态 p，且到达 p 的真值为 1. 故可认为其状态转移函数是 $\delta:Q\times\Sigma\longrightarrow Q$.

根据 I 和 T 是否为分明的，$l-DFA$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$ 可分为以下三类：

1)　$l-DFA_1$，初始状态 $I=q_0\in Q$，终状态 T 是 l-值子集；

2)　$l-DFA_2$，初始状态 I 是 l-值子集，终状态 $T=F\subseteq Q$ 是分明集合；

3)　$l-DFA_3$，初始状态 I 和终状态 T 都是 l-值子集.

他们所识别的语言分别如下：

$l-DFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,T)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=T\big(\delta^*(q_0,s)\big).$$

$l-DFA_2$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,F)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\bigvee_{q_0\in Q\text{且}\delta^*(q_o,s)\in F}\{I(q_0)\}.$$

$l-DFA_3$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$ 所识别的语言为：$\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}\in L^{\Sigma^*}$，对任意的 $s=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$，有

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\bigvee_{q_0\in Q}\big[I(q_0)\wedge T(\delta^*(q_0,s))\big].$$

4　几类量子自动机之间的关系

先来讨论四类$l-NFA$之间的关系，借鉴文献[4]的部分构造思想，给出如下构造方法.

方法 4.1　对任意的$l-NFA_2$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,T)$，构造对应的$l-NFA_1$

$$\mathcal{R}^{(1)}=(Q,\Sigma,\delta,I,T),$$

其中$I=\{\frac{1}{q_0}\}$.

对任意的$l-NFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$，我们构造对应的$l-NFA_2$ $\mathcal{R}^{(2)}=(Y,\Sigma,\eta,y_0,Y_T)$，其中

$$Y=\{I,T\}\cup\left\{\left\{\frac{1}{q}\right\}|\,q\in Q\right\},\quad y_0=I,$$

$$Y_T:Y\longrightarrow L,\quad\forall\,y\in Y_T,\quad Y_T(y)=\vee_{p\in Q}[y(p)\wedge T(p)],$$

$$\eta:Y\times\Sigma\times Y\longrightarrow L,\quad\forall\,y_1,y_2\in Y,$$

$$\eta(y_1,\varepsilon,y_2)=\begin{cases}1, & \text{若 } y_1=y_2,\\ 0, & \text{否则},\end{cases}\qquad\forall\,y_1,y_2\in Y,\quad\sigma\in\Sigma,$$

$$\eta(y_1,\sigma,y_2)=\begin{cases}0, & \text{若 } y_1=T \text{ 或 } y_2=I,\\ \vee_{p,q\in Q}[y_1(p)\wedge\delta(p,\sigma,q)\wedge y_2(q)], & \text{否则}.\end{cases}$$

方法 4.2　对任意的$l-NFA_3$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,F)$，构造对应的$l-NFA_1$ $\mathcal{R}^{(1)}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$，其中$T:Q\longrightarrow L$定义为

$$T(q)=\begin{cases}1, & \text{若 } q\in F,\\ 0, & \text{否则}.\end{cases}$$

对任意的$l-NFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$，构造对应的$l-NFA_3$ $\mathcal{R}^{(3)}=(Y,\Sigma,\eta,Y_I,F)$，其中，$Y$同方法4.1．$Y_I:Y\longrightarrow L$,　$Y_I(y)=\vee_{p\in Q}[I(p)\wedge y(p)]$,　$F=\{T\}$．η同方法4.1.

方法 4.3　对任意的$l-NFA_4$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$，构造对应的$l-NFA_1$

$$\mathcal{R}^{(1)}=(Q,\Sigma,\delta,I,T),$$

其中$I=\{\frac{1}{q_0}\}$, T同方法4.2.

对任意的$l-NFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$，构造对应的$l-NFA_4$ $\mathcal{R}^{(4)}=(Y,\Sigma,\eta,y_0,F)$，其中，$Y$同方法4.1，$y_0=I$, $F=\{T\}$，η同方法4.1.

方法 4.4　对任意的$l-NFA_2$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,T)$，构造对应的$l-NFA_3$

$$\mathcal{R}^{(3)}=(Y,\Sigma,\eta,Y_0,F),$$

其中$Y=\{T\}\cup\{\{\frac{1}{q}\}|q\in Q\}$，$Y_0:Y\longrightarrow L$，定义为

$$Y_0(y)=\begin{cases}1, & \text{若 } y=y_0,\\ \vee_{q\in Q}[y_0(q)\wedge y(q)], & \text{否则},\end{cases}$$

这里$y_0 = \{\frac{1}{q_0}\}$，$F = \{T\}$，η同方法4.1.

对任意的$l-NFA_3$ $\mathcal{R} = (Q,\Sigma,\delta,I,F)$，构造对应的$l-NFA_2$ $\mathcal{R}^{(2)} = (Y,\Sigma,\eta,y_0,Y_T)$，其中$Y$同方法4.1，这里$T: Q \longrightarrow L$定义为

$$T(q) = \begin{cases} 1, & \text{若 } q \in F, \\ 0, & \text{否则}, \end{cases}$$

$y_0 = I,\ Y_T: Y \longrightarrow L,\ Y_T(y) = \vee_{q\in Q}[y(q) \wedge T(q)]$. η同方法4.1.

定义4.1 在上述构造方法下，若对任意的$l-NFA_j$ $\mathcal{R}$，有对任意的$s \in \Sigma^*$，$\overset{l}{\models} \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \longleftrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(i)}}(s)$，则称$l-NFA_i$与$l-NFA_j$左等价.

若对任意的$l-NFA_i$ $\mathcal{R}$，有对任意的$s \in \Sigma^*$ (且$s \neq \varepsilon$)，

(a) $\overset{l}{\models} \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \longrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(j)}}(s)$;

(b) $\overset{l}{\models} \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \wedge \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(j)}}(s) \longrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)$，特别地，当$\longrightarrow = \longrightarrow_3$，有

(c) $\overset{l}{\models} \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \longrightarrow (\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(j)}}(s) \longleftrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s))$，则称$l-NFA_i$与$l-NFA_j$右-$\gamma$(右-$\gamma^{-\varepsilon}$)等价;

若$l-NFA_i$与$l-NFA_j$左等价，且$l-NFA_j$与$l-NFA_i$也左等价，则称二者是等价的. 即两类自动机识别语言的能力是相同的.

注4.1 1) $l-NFA_i$与$l-NFA_j$是左等价的，即任何一个$l-NFA_j$所识别的语言总可以由一个$l-NFA_i$来识别;

2) $l-NFA_i$与$l-NFA_j$是右-γ等价的，即任何一个$l-NFA_i$所识别的语言真值总小于等于其对应的$l-NFA_j$所识别的语言的真值，但若$\lceil\gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R}))\rceil = \gamma(\lceil\mathrm{atom}(\mathcal{R})\rceil) = 1$，也即$\lceil\mathrm{atom}(\mathcal{R})\rceil$中的元互相可换的话，则二者是相等的. 也就是说，若任意的$l-NFA_i$ $\mathcal{R}$都满足条件$\lceil\mathrm{atom}(\mathcal{R})\rceil$中的元互相可换的话，则可得$l-NFA_j$与$l-NFA_i$是左等价的.

在上述构造方法下，四类$l-NFA$之间的关系如下.

定理4.1 (I) $l-NFA_1$与$l-NFA_2$是左等价且右-γ等价的，且二者等价的充要条件为：l为布尔代数;

(II) $l-NFA_1$与$l-NFA_3$是左等价且右-γ等价的，且二者等价的充要条件为：l为布尔代数;

(III) $l-NFA_1$与$l-NFA_4$是左等价且右-$\gamma^{-\varepsilon}$等价的，且二者等价的充要条件为：l为布尔代数;

(IV) $l-NFA_2$与$l-NFA_3$、$l-NFA_3$与$l-NFA_2$都是右-γ等价的，且二者等价的充要条件为：l为布尔代数.

证明 这里只证明(I)，其余类似可证.

1) 对任意的$l-NFA_2$ $\mathcal{R}$，易验证对任意的$s \in \Sigma^*$，有

$$\overset{l}{\models} \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \longleftrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(1)}}(s).$$

即$l-NFA_1$与$l-NFA_2$是左等价.

2) 注意到对任意的$y_1, y_2 \in Y - \{I,T\}$，存在唯一的$q_1, q_2 \in Q$使得$y_1(q_1) = 1$，$y_2(q_2) = 1$. 因此，当$y_1 \neq T$，$y_2 \neq I$，有$\eta(y_1,\sigma,y_2) = \delta(q_1,\sigma,q_2)$. 当$y_1 = I$，有$\eta(I,\sigma,y_2) = \vee_{q\in Q}[I(q) \wedge \delta(q,\sigma,q_2)]$. 当$y_2 = T$，有$\eta(y_1,\sigma,T) = \vee_{q\in Q}[\delta(q_1,\sigma,q) \wedge T(q)]$. 故

(a) 对任意的$s \in \Sigma^*$，当$s = \varepsilon$，易验证$\lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(\varepsilon) \rceil = \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon) \rceil$. 当$s \neq \varepsilon$，不妨设$s = \sigma_1\sigma_2 \cdots \sigma_n$，易验证$\lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil \geq \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \rceil$，即

$$\overset{l}{\models} \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \longrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s), \quad s \in \Sigma^*.$$

(b) 由$\mathcal{R}^{(2)}$的构造知

$$\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}^{(2)}) \rceil = \left\{ \lceil \varphi \rceil : \varphi \in \mathrm{atom}(\mathcal{R}^{(2)}) \right\} \subseteq \left[\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil \right],$$

从而由引理2.4及引理2.5可得$\lceil \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \rceil \wedge \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil \leq \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \rceil$，即

$$\overset{l}{\models} \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \wedge \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \longrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s).$$

(c) 当$\longrightarrow = \longrightarrow_3$，由1)，只需证：对任意的$s \in \Sigma^*$，有

$$\lceil \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \rceil \leq \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil \longrightarrow_3 \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \rceil.$$

由引理2.6，只需证$\lceil \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \rceil C \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil$. 注意到

$$\lceil \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \rceil = \bigvee \Big\{ \bigwedge_{\varphi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \varphi^{f(\varphi)} : f \in \{-1, 1\}^{\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \Big\},$$

由引理2.1，只需证明如下结论成立

$$\wedge_{\varphi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \varphi^{f(\varphi)} C \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil, \quad \forall f \in \{-1, 1\}^{\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil}.$$

对每个$\psi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil$，因为

$$\bigwedge_{\varphi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \varphi^{f(\varphi)} \leq \psi^{f(\psi)},$$

故有

$$\bigwedge_{\varphi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \varphi^{f(\varphi)} C \psi^{f(\psi)},$$

进一步有

$$\bigwedge_{\varphi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \varphi^{f(\varphi)} C \psi.$$

既然$\lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil$是由$\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil$中的元素经过有限次$\vee, \wedge$而得到的，由引理2.1知

$$\bigwedge_{\varphi \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil} \varphi^{f(\varphi)} C \lceil \mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s) \rceil, \quad \forall f \in \{-1, 1\}^{\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil}$$

成立. 即

$$\overset{l}{\models} \gamma(\mathrm{atom}(\mathcal{R})) \longrightarrow \big(\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(j)}}(s) \longleftrightarrow \mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s) \big).$$

从而$l - NFA_1$与$l - NFA_2$右-γ等价.

3) 因l是一个布尔代数，分配律成立，故任意的$l - NFA_2$ $\mathcal{R}$都满足条件$\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil$中的元互相可换，因为对任意的$a, b \in \lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil$, $(a \wedge b) \vee (a \wedge b^{\perp}) = a \wedge (b \vee b^{\perp}) = a \wedge 1 = a$，即$aCb$，同理可得$bCa$. 由引理2.3知，$\gamma(\lceil \mathrm{atom}(\mathcal{R}) \rceil) = 1$. 由注4.1 2)知，$l - NFA_2$与$l -$

NFA_1 左等价，再由 1) 得 $l-NFA_2$ 与 $l-NFA_1$ 等价．反过来，需证明 $\wedge$ 对 $\vee$ 满足分配律，即对任意的 $a,b,c\in L$，都有 $a\wedge(b\vee c)=(a\wedge b)\vee(a\wedge c)$．

对任意的 $a,b,c\in L$．令 $l-NFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$，其中 $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$；$\Sigma=\{\sigma_1,\sigma_2\}$；$I=\{\frac{1}{q_0}\}$；$T=\{\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\}$；$\delta:Q\times\Sigma\times Q\longrightarrow L$ 定义为 $\delta(q_0,\sigma_1,q_1)=a$，$\delta(q_1,\sigma_2,q_2)=b$，$\delta(q_1,\sigma_2,q_3)=c$，否则 $\delta(p,\sigma_i,q)=0$．

我们利用方法 4.1 的方法构造相应的 $l-NFA_2$ $\mathcal{R}^{(2)}=(Y,\Sigma,\eta,y_0,Y_T)$．再由 $l-NFA_2$ 与 $l-NFA_1$ 等价知 $l-NFA_2$ 与 $l-NFA_2$ 左等价，从而易得

$$(a\wedge b)\vee(a\wedge c)=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\sigma_1\sigma_2)\rceil=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(\sigma_1\sigma_2)\rceil=a\wedge(b\vee c).$$

注 4.2 1) 在定理 4.1 (III) 中，当 $s=\varepsilon$ 时，若 $I=T$，$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(4)}}(\varepsilon)\rceil=1$，否则 $\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(4)}}(\varepsilon)\rceil=0$．而

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil=\bigvee_{q_0,q_1\in Q}[I(q_0)\wedge\delta(q_0,\varepsilon,q_1)\wedge T(q_1)]=\bigvee_{q\in Q}[I(q)\wedge T(q)]$$

可能取 l 中所有的值．即 $\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil$、$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(4)}}(\varepsilon)\rceil$ 的值不像定理 4.1 (I)、(II) 中始终确定的

$$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil\le\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(4)}}(\varepsilon)\rceil,$$

还会出现 $\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil\ge\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(4)}}(\varepsilon)\rceil$．如 $l-NFA_1$ $\mathcal{R}$ 中

$$Q=\{q_1,q_2\},\quad I=\left\{\frac{0.8}{q_1},\frac{0.6}{q_2}\right\},\quad T=\left\{\frac{0.5}{q_1},\frac{0.9}{q_2}\right\},$$

构造对应的 $l-NFA_4$ $\mathcal{R}^{(4)}$，则有 $\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil=0.6\ge\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(4)}}(\varepsilon)\rceil=0$．

2) 类似可得，$l-NFA_2$ 与 $l-NFA_4$，$l-NFA_3$ 与 $l-NFA_4$ 都是左等价且右-$\gamma^{-\varepsilon}$ 等价的，且每对等价的充要条件为：l 为布尔代数；

3) 文献 [3] 中定理 4.1 实际上已经证明了 $l-NFA_1$ 与 $l-DFA_1$ 是左等价且右-γ 等价的，且二者等价的充要条件为：l 为布尔代数．

那么，三类 $l-DFA$ 之间又有什么样的关系呢？因为 $l-DFA_1$、$l-DFA_2$、$l-DFA_3$ 分别是 $l-NFA_2$、$l-NFA_3$、$l-NFA_1$ 的 l-值状态转移关系限制为确定状态转移关系的特例．故有如下推论．

推论 4.1 $l-DFA_3$ 与 $l-DFA_1$、$l-DFA_3$ 与 $l-DFA_2$ 都是左等价且右-γ 等价得，且二者等价的充要条件为：l 为布尔代数．

需要注意的是 $l-DFA_1$，$l-DFA_2$ 的之间的关系更强一些，实际上是等价的．给出如下构造方法．

方法 4.5 对任意的 $l-DFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,T)$，构造对应的 $l-DFA_2$

$$\mathcal{R}^{(2)}=(Y,\Sigma,\eta,Y_0,F),$$

其中 Y 同方法 4.4.

$$Y_0:Y\longrightarrow L,\quad Y_0(y)=\begin{cases}T(q), & \text{若 } y=y_0,\ \delta^*(q_0,s)=q,\\ \vee_{q\in Q}[y_0(q)\wedge y(q)], & \text{否则},\end{cases}$$

这里 $y_0=\{\frac{1}{q_0}\}$，$F=\{T\}\cup\{\{\frac{1}{q}\}|T(q)>0\}$，$\eta:Y\times\Sigma\longrightarrow Y$ 定义为，对任意的 $y\in Y$，$\eta(y,\varepsilon)=y$，$y\in Y$，$\sigma\in\Sigma$，有

$$\eta(y,\sigma)(q)=\begin{cases}0, & \text{若 } y\in F,\\ \vee_{p\in Q,\delta(p,\sigma)=q}[y(p)], & \text{否则}.\end{cases}$$

对任意的$l-DFA_2$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,F)$，构造对应的$l-DFA_1$ $\mathcal{R}^{(1)}=(Y,\Sigma,\eta,y_0,Y_T)$，其中$Y$同方法4.1，这里$T$同方法4.4. $y_0=I$, $Y_T:Y\longrightarrow L$, $Y_T(y)=\vee_{q\in Q}[y(q)\wedge T(q)]$, $\eta:Y\times\Sigma\longrightarrow Y$，对任意的$y\in Y$, $\eta(y,\varepsilon)=y$，对任意的$y\in Y$, $\sigma\in\Sigma$，

$$\eta(y,\sigma)(q)=\begin{cases}0, & 若\ y\in F,\\ \vee_{p\in Q,\delta(p,\sigma)=q}[y(p)], & 否则.\end{cases}$$

从而有如下结论.

定理4.2 $l-DFA_1$与$l-DFA_2$等价.

证明 1) 先证$l-DFA_2$与$l-DFA_1$左等价，即对任意的$l-DFA_1$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,T)$，存在$l-DFA_2$ $\mathcal{R}^{(2)}=(Y,\Sigma,\eta,Y_0,F)$，使得对任意的$s\in\Sigma^*$, $\overset{l}{\models}\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\longleftrightarrow\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s)$.

注意到对任意的$y\in Y-F$，存在唯一的$p\in Q$使得$y(p)=1$，因此，当$y\in Y-F$，有$\eta(y,\sigma)(q)=y(p)=1$且$\delta(p,\sigma)=q$.

将η扩充到Σ^*上，$\eta:Y\times\Sigma^*\longrightarrow Y$，对任意的$y\in Y$, $s\in\Sigma^*$，有

$$\eta(y,s)(q)=\begin{cases}0, & 若\ y\in F,\\ \vee_{p\in Q,\delta(p,s)=q}[y(p)], & 否则.\end{cases}$$

当$s=\varepsilon$，注意到当$y\neq T$, y_0时，总有$Y_0(y)=\bigvee_{q\in Q}[y_0(q)\wedge y(q)]=0$，从而易验证$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(1)}}(\varepsilon)\rceil=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil$；当$s\neq\varepsilon$，有

$$\begin{aligned}\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s)\rceil &= \bigvee_{y\in Y,\eta(y,s)\in F}[Y_0(y)]\\ &= Y_0(y_0)\ (且\ \eta(y_0,s)\in F,\ 即存在唯一的\ q\ 使得\eta(y_0,s)=\{\tfrac{1}{q}\},\\ &\quad 也即\ \eta(y_0,s)(q)=1\ 且\ \delta^*(q_0,s)=q)\\ &= T(q)(且\ \delta^*(q_0,s)=q)=T(\delta^*(q_0,s))=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil,\end{aligned}$$

即对任意的$s\in\Sigma^*$, $\overset{l}{\models}\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\longleftrightarrow\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(2)}}(s)$.

2) 再证$l-DFA_1$与$l-DFA_2$左等价，即对任意的$l-DFA_2$ $\mathcal{R}=(Q,\Sigma,\delta,I,F)$，存在$l-DFA_1$ $\mathcal{R}^{(1)}=(Y,\Sigma,\eta,y_0,Y_T)$，使得

$$\overset{l}{\models}\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\longleftrightarrow\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(1)}}(s),\quad\forall\, s\in\Sigma^*.$$

注意到对任意的$y\in Y-(\{I\}\cup F)$，存在唯一的$p\in Q$使得$y(p)=1$，因此，当$y\notin F$, $y\neq I$，有$\eta(y,\sigma)(q)=y(p)=1$，若$\delta(p,\sigma)=q$；当$y=I$，有$\eta(I,\sigma)(q)=\vee_{p\in Q,\ \delta(p,\sigma)=q}I(p)$.

将η扩充到Σ^*上，$\eta:Y\times\Sigma^*\longrightarrow Y$定义同上. 当$s=\varepsilon$，易验证$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(1)}}(\varepsilon)\rceil=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(\varepsilon)\rceil$，当$s\neq\varepsilon$，易验证$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(1)}}(s)\rceil=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil$. 即

$$\overset{l}{\models}\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\longleftrightarrow\mathrm{rec}_{\mathcal{R}^{(1)}}(s),\quad\forall\, s\in\Sigma^*.$$

从而，$l-DFA_1$与$l-DFA_2$等.

按这种状态集、状态转移关系、初态、终态的构造方法，我们已经讨论清楚四类$l-NFA$之间的关系以及三类$l-DFA$之间的关系.

由以上几个定理及推论可知，四类$l-NFA$中，$l-NFA_2$、$l-NFA_3$都是$l-NFA_1$的特例，当然，二者形式上也都比$l\text{–}NFA_1$简单；$l\text{–}NFA_4$是$l\text{–}NFA_2$的特例，也是$l\text{–}NFA_3$的特例；三类$l-DFA$中，$l-DFA_1$，$l-DFA_2$都是$l-DFA_3$特例．自动机本质上是一类特殊的系统，在实际应用中，为达到相同的控制目的(识别相同的语言)，当然自动机的形式越简单越好．即在状态数相差不大的情况下，涉及到的l-值信息越少越好(当然至少要含有l-值信息，否则就失去了l-值自动机的意义)．下面通过一个简单例子来说明定理的应用．

例4.1　设$\Sigma=\{\sigma_1,\sigma_2\}$，$l$为$2^3$的水平和，是一个非布尔代数的正交模格，见图1．给定Σ上的$l-NFA_1$ $\mathcal{R}_1=(Q,\Sigma,\delta,I,T)$，其中

$$Q=\{q_1,q_2,q_3,q_4\},\quad I(q)=\Big\{\frac{a_1^{\perp}}{q_1},\frac{a_2^{\perp}}{q_2}\Big\},\quad F=\Big\{\frac{a_3}{q_1},\frac{a_3^{\perp}}{q_4}\Big\}.$$

$\delta:Q\times\Sigma\times Q\longrightarrow l$定义为

$$\delta(q_1,\sigma_1,q_3)=1,\quad \delta(q_3,\sigma_1,q_4)=a_2,\quad \delta(q_2,\sigma_1,q_3)=1,$$

其余情况$\delta=0$．能否设计一个形式较为简单的$l-NFA$ $\mathcal{R}$，使其与$\mathcal{R}_1$识别的语言相同？

解　1)　首先，因为

$$\begin{aligned}\mathrm{rec}_{\mathcal{R}_1}(\varepsilon) &= \vee_{p,q\in Q}\big[I(p)\wedge\delta(p,\varepsilon,q)\wedge T(q)\big]\\ &= \big(I(q_1)\wedge F(q_1)\big)\vee\big(I(q_2)\wedge F(q_2)\big)=a_1^{\perp}\wedge a_3=a_3\neq 0,1.\end{aligned}$$

由注4.2知，选$l-NFA_4$达不到设计效果，从而只能考虑$l-NFA_2$，$l-NFA_3$；

2)　考虑$\lceil\mathrm{atom}(\mathcal{R})\rceil=\{0,1,a_1^{\perp},a_2,a_3,a_3^{\perp}\}$中的元，它们恰好都在$l$的布尔子代数$2^3$中，因此，适合分配律．从而$\lceil\mathrm{atom}(\mathcal{R})\rceil$中的元是互相可换的．再由注4.1知，可以设计相应的$l-NFA_2$与$\mathcal{R}_1$识别的语言相同(当然，我们也可以设计相应的$l-NFA_3$来识别$\mathcal{R}_1$所识别的语言)；

3)　构造$l-NFA_2$ $\mathcal{R}=(Y,\Sigma,\eta,y_0,Y_T)$，其中

$$Y=\Big\{I,T,\Big\{\frac{1}{q_1}\Big\},\Big\{\frac{1}{q_2}\Big\},\Big\{\frac{1}{q_3}\Big\},\Big\{\frac{1}{q_4}\Big\}\Big\},$$

其余与方法4.1中的构造完全相同，易验证：对任意的$s\in\Sigma^*$，有$\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}}(s)\rceil=\lceil\mathrm{rec}_{\mathcal{R}_1}(s)\rceil$，即我们这里设计的$l-NFA_2$　$\mathcal{R}$与$\mathcal{R}_1$识别的语言相同．同时注意到，二者的状态数相差2($|Q|=4,|Y|=6$)．

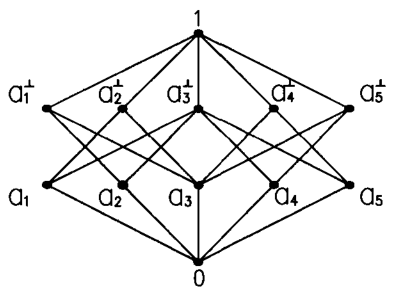

图1:　2^3的水平和

参考文献：

[1] Sipser M. Introduction to the Theory of Computation[M]. Connecticut: Thomson Learning, 1996

[2] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information[M]. Cambridge: Cambridge University, 2000

[3] Ying M S. *A theory of computation based on quantum logic(I)[J]. Theoretical Computer Science*, 2005, 344: 134-207

[4] Li Z H, Li P, Li Y M. The relationships among several types of fuzzy automata[J]. Information Sciences, 2006, 176: 2208-2226

The Relationships Among Several Types of Finite Automata Based on Quantum Logic

LI Ping[1], LI Yong-ming[1,2]

(1- College of Mathematics and Information Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062;
2- College of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062)

Abstract: With respect to the initial state and the final state being crisp or not, we classify the nondeterministic quantum finite automaton into four forms and the deterministic quantum finite automaton into three forms, and discuss the relationships among them. By employing a new construction method, we obtain that a deterministic quantum finite automaton with crisp initial state is equivalent to a deterministic quantum finite automaton with crisp final state. The results provide the theoretical *foundations for the appropriate choice of computing models in practice.*

Keywords: quantum finite automata; state set; left equivalence; right-γ equivalence; right-$\gamma^{-\varepsilon}$ equivalence

Received: 03 Mar 2009. **Accepted:** 30 Dec 2009.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (60873119); the Innovation Funds of Graduate Programs of Shaanxi Normal University (2007CXB004).